UNIVERSIDAD LABORAL DE ALCALÁ DE HENARES

ESCUELA UNIVERSITARIA DE

INGENIERÍA TÉCNICA DE TELECOMUNICACIÓN

Especialidad: EQUIPOS ELECTRÓNICOS

1972-1975

CRITERIOS DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS REALIMENTADOS

TEMA 6

CRITERIOS DE ESTABILIDAD DE SISTEMAS REALIMENTADOS

INTRODUCCION.-

La respuesta transitoria de un sistema realimentado depende de la situación de las raices de la ecuación característica en el plano S de Laplace. Básicamente, el proyecto de servosistemas puede considerarse como un problema de disposición de las raices de la ecuación característica en una situación tal que el sistema correspondiente tenga un comportamiento acorde con los específicos prescritos. Entre las especificaciones de funcionamiento más empleadas, el requerimiento más importante es que el sistema sea estable en cualquier instante.

En esencia, el análisis de los servosistemas se centra en el estudio de la estabilidad. Primero se estudia el sistema para determinar su estabilidad absoluta; o sea, averiguar si es ó no estable. Si resulta estable queda determinar en qué grado lo es y ese grado es una medida de su estabilidad relativa. Los parámetros tales como la máxima elongación y el coeficiente de amortiguamiento en la respuesta transitoria de un sistema de segundo grado proporcionan información acerca de la estabilidad relativa del sistema.

En este tema nos ocuparemos solamente de la estabilidad absoluta de un sistema lineal invariante en el tiempo lo que se reduce simplemente a la proposición sí ó no.

La relación entre la respuesta transitoria y las raices de la ecuación característica puede resumirse así:

(1) Cuando todas las raices de la ecuación característica se encuentran en la región real negativa del plano S, las respuestas del sistema a entradas, que anulen las condiciones iniciales, disminuirán hasta cero al tender el tiempo a infinito.

(2) Si uno ó mas pares de raices simples están situados sobre el eje imaginario, pero sin ninguna raiz en la región real positiva del plano S, las respuestas serán oscilaciones sinusoidales no amortiguadas

(3) Si hay una ó mas raices situadas en la región real positiva del plano S, las respuestas aumentarán con el tiempo.

Generalmente, en la teoría de sistemas lineales, las dos ultimas categorias se definen como condiciones instables.

Podemos definir la estabilidad de un sistema invariante en el tiempo de varias maneras, sin embargo, la más generalizada es la siguiente:

Decimos que un sistema es estable si su salida es acotada para cualquier entrada limitada.

Existen sin embargo unas pocas excepciones a esta ultima definición, Un derivador da origen a un impulso para $t = t_0$ cuando está sujeto a una entrada en escalón $u(t - t_0)$. En este caso la entrada es finita, pero no así la salida puesto que sabemos que un impulso tiene amplitud infinita. Sin embargo el derivador se considera como un sistema estable.

1. <u>Métodos para determinar la estabilidad de los sistemas realimentados</u>.- Los métodos ó criterios más usados son:

(1) Criterio de Routh-Hurwitz. Es un método algebraico que nos permite conocer la estabilidad absoluta del sistema. El criterio ~~pue~~ prueba si alguna de las raíces de la ecuación característica se halla situada en la región real positiva del plano <u>s</u>.

(2) Criterio de Nyquist. Es un método gráfico que nos indica la diferencia de polos y ceros de la función de transferencia en cadena cerrada situados en la región real positiva del plano <u>s</u> observando el comportamiento del lugar de Nyquist de la función de transferencia de la cadena abierta.

(3) Lugar de las raíces. También llamado método de Evans. Permite indicar gráficamente la situación de las raíces de la ecuación característica al variar la ganancia en cadena abierta K del sistema.

(4) Diagrama de Bode. El lugar de Bode de la función de transferencia en cadena abierta $G(s)H(s)$ puede usarse para determinar la estabilidad del sistema en cadena cerrada en el mismo sentido que el criterio de Nyquist. Sin embargo el resultado sólo es válido si la función de trasferencia es del tipo de fase mínima.

(5) Criterio de estabilidad de Lyapunov. Este criterio se formula a partir de la ecuación de estado. La estabilidad del sistema se determina verificando las propiedades de la función de Lyapunov del sistema.

Los cuatro primeros métodos sólo son aplicables

a los sistemas lineales aunque en casos aislados el de Nyquist y el de Evans puedan aplicarse a algunos sistemas no lineales. Originalmente el método de Lyapunov estaba ideado para sistemas no lineales, pero también resulta válido para los lineales.

2. Criterio de Routh-Hurwitz.-

Hemos dicho que el problema de determinar la estabilidad de un sistema lineal se reduce a encontrar las raíces de la ecuación característica. Sin embargo para polinomios de orden alto, al ser largo y pesado el encontrar las raíces, es preferible usar un método que nos permita determinar la estabilidad del sistema sin necesidad de resolver la ecuación característica.

Supongamos que la ecuación característica viene dada en la forma siguiente:

$$F(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0 \qquad (1)$$

donde todos los coeficientes son números reales.

Para que en esta ecuación no existan raíces con su parte real positiva es necesario, pero no suficiente que:

(1) Todos los coeficientes del polinomio sean positivos
(2) Ninguno de los coeficientes sea nulo.

La condición necesaria y suficiente para que todas las raíces del polinomio característico estén situadas en la región real negativa del plano $\underline{s}$ es que los determinantes de Hurwitz del polinomio $D(k=1,2 \ldots n)$ sean todos positivos.

Los determinantes de Hurwitz de la ecuación (1) son:

$$D_1 = a_1 \quad D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \quad D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \quad D_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & a_{2n-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & a_{2n-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & & a_{2n-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & & a_{2n-4} \\ 0 & 0 & a_1 & & a_{2n-5} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & & a_n \end{vmatrix} \qquad (2)$$

en donde los coeficientes con subíndices mayores que n ó negativos se sustituyen por ceros.

Por tanto, para que el sistema sea estable se debe cumplir que: $a_0 > 0$ $D_1 > 0$, $D_2 > 0$ —— $D_n > 0$ donde D_1 D_2 D_3 —— D_n están dados en (2).

Este criterio puede parecer de aplicación difícil ~~pues~~ para valores grandes de n deberíamos resolver determinantes de orden elevado. Sin embargo podemos simplificar el problema siguiendo las etapas citadas a continuación.

La primera etapa en la simplificación es disponer los coeficientes del polinomio en dos filas. La primera fila consta de los coeficientes primero, tercero, quinto, etc y la segunda de los coeficientes segundo, cuarto, sexto, etc como vemos a continuación:

$$\begin{matrix} a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & a_8 & \cdots \\ a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & \cdots \end{matrix}$$

La siguiente etapa consiste en formar la tabla de los números obtenidos por las operaciones indicadas a continuación. El ejemplo que vemos es de sexto orden.

s^6	a_0	a_2	a_4	a_6
s^5	a_1	a_3	a_5	0
s^4	$\frac{a_1a_2-a_3a_0}{a_1}=A$	$\frac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}=B$	$\frac{a_1a_6-a_0\times 0}{a_1}=a_6$	0
s^3	$\frac{Aa_3-a_1B}{A}=C$	$\frac{a_5A-a_1a_6}{A}=D$	$\frac{A\times 0-a_1\times 0}{A}=0$	0
s^2	$\frac{CB-AD}{C}=E$	$\frac{Ca_6-A\times 0}{C}=a_6$	$\frac{C\times 0-A\times 0}{0}=0$	0
s^1	$\frac{ED-Ca_6}{E}=F$	0	0	0
s^0	$\frac{Fa_6-E\times 0}{F}=a_6$	0	0	0

(3)

La ultima etapa consiste en averiguar los signos de los elementos de la primera columna de la tabla anterior. "Si todos los elementos de la primera columna son del mismo signo todas las raices del polinomio estan en la región real negativa del plano s. Si hay cambios de signo en los elementos de la primera columna el número de cambios de signo indica el número de raices que tienen positiva su parte real". La razón de este enunciado es ~~la siguiente~~ evidente, puesto que las relaciones entre los elementos de la primera columna y los determinantes de Hurwitz son las siguientes:

$$
\begin{array}{ll}
s^6 & a_0 = a_0 \\
s^5 & a_1 = D_1 \\
s^4 & A = D_2/D_1 \\
s^3 & C = D_3/D_2 \\
s^2 & E = D_4/D_3 \\
s^1 & F = D_5/D_4 \\
s^0 & a_6 = D_6/D_5
\end{array}
\qquad (4)
$$

· Casos especiales.- A veces al aplicar el método de Routh podemos encontrar las siguientes dificultades.

(1) El primer elemento de una fila de la tabla (3) es cero pero los demás elementos no lo son.

(2) Todos los elementos de una fila de la tabla de Routh son cero.

Para resolver el primer caso podemos utilizar dos métodos:

Uno de ellos consiste en multiplicar el polinomio por el factor (s+a) donde <u>a</u> es un número real positivo cualquiera y desarrollar normalmente por el modo conocido.

El segundo método consiste en reemplazar el elemento cero de la tabla de Routh por un número positivo arbitrariamente pequeño y proceder luego a la prueba de Routh. (Al final del tema podrán ser vistos distintos ejemplos).

Para resolver el caso (2) se procede así:

Esta condición de ser ceros todos los elementos de una fila indica que hay pares de raíces reales de signos opuestos, pares de raíces conjugadas en el eje imaginario ó ambos tipos; ó raíces conjugadas formando un cuadrado en el plano s. La ecuación correspondiente a los coeficientes situados inmediatamente encima de la ~~ecua-ción~~ fila de ceros se llama ecuación auxiliar. El orden de la ecuación auxiliar es siempre par, e indica el número de pares de raíces de igual valor absoluto pero de signo opuesto. Todas estas raíces se obtienen resolviendo la ecuación auxiliar. Por otra parte, la prueba

de Routh se interrumpe; en este caso, debido a la fila de ceros. Para corregir esta situación tomamos simplemente la primera derivada de la ecuación auxiliar respecto de s, reemplazamos la fila de ceros por los coeficientes de la ecuación resultante obtenida derivando la ecuación auxiliar y continuamos con la prueba de Routh.

3.- Criterio de Nyquist.-

Este criterio tiene las siguientes características que lo hacen apropiado para estudiar la estabilidad de los sistemas realimentados:

(1) Facilita igual información que el criterio de Routh sobre la estabilidad absoluta de un servosistema.

(2) Además de la estabilidad absoluta, el criterio de Nyquist indica también el grado de estabilidad del sistema estable y, si es necesario, facilita igualmente información sobre cómo podemos mejorar dicha estabilidad.

(3) El lugar de Nyquist informa asimismo sobre la respuesta frecuencial del sistema.

Consideremos el servosistema de la figura (5). Su función de transferencia en cadena cerrada es:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Sea $F(s) = 1 + G(s)H(s)$

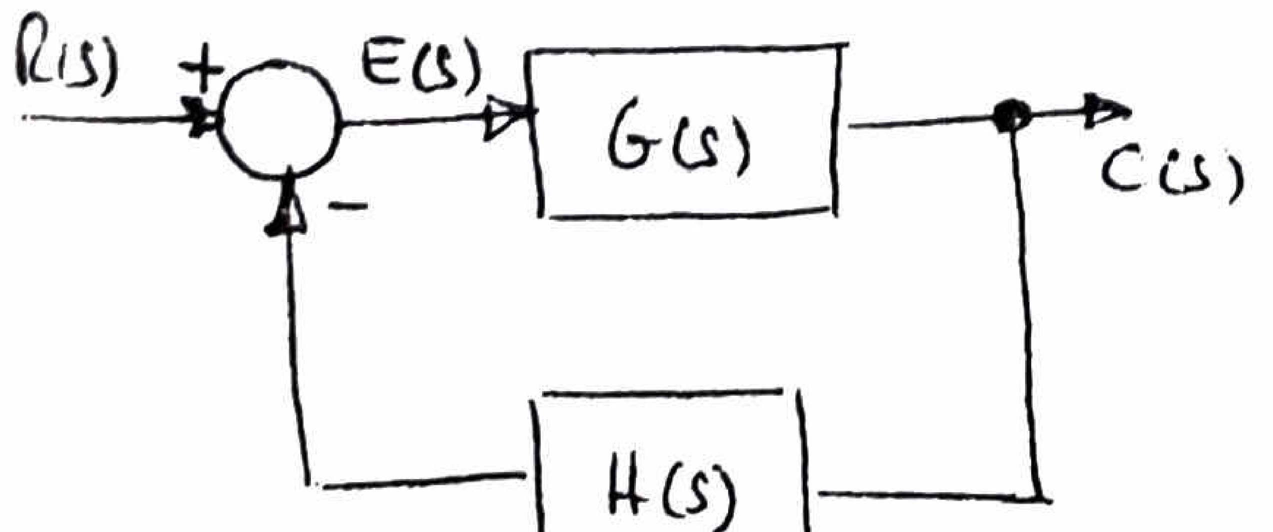


Fig 5

Los ceros de $F(s)$ son las raíces de la ecuación característica del sistema.

- Supondremos en nuestro estudio que $G(s)$ y $H(s)$ son funciones racionales, por lo que

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{s^i(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)} \qquad (5)$$

Los ceros de $F(s)$ en $-z_1, -z_2 \cdots z_m$ son las raíces de la ecuación característica. En los sistemas de cadena cerrada estables es necesario que ninguna de estas raíces tenga su parte real positiva; esto no presenta ninguna restricción particular en la situación de los polos de $F(s)$. Observemos que los polos de $F(s)$ son los mismos que los de $G(s)H(s)$. Así podemos ver que el sistema en cadena abierta puede ser inestable, pero el sistema total cerrado no lo es, si todas las raíces se encuentran en la parte real negativa del plano s.

Este apartado lo podemos por tanto resumir así:

(1) Identificación de los polos y los ceros:

(a) Ceros de la cadena abierta = Ceros de $G(s)H(s)$

(b) Polos de la cadena abierta = Polos de $G(s)H(s)$

(c) Polos de la cadena cerrada = Polos de $C(s)/R(s)$ =
= ceros de $F(s) = 1 + G(s)H(s)$ =
= Raíces de la ecuación característica.

(2) Los polos de $F(s)$ son los mismos que los de la cadena abierta.

(3) Para servosistemas estables no existe restricción en cuanto a la situación de los polos y los ceros de la cadena abierta, pero los polos de la cerrada deben estar situados en la región real negativa del plano s

"<u>Rodeado e incluido</u>". Antes de empezar la discusión del criterio de Nyquist es importante distinguir entre los términos - rodeado e incluido - que se usan en dicho criterio.

(1) Rodeado. Decimos que un punto está rodeado por un camino cerrado si se encuentra en su interior.

Por ejemplo, el punto A de la fig. 6-a está rodeado por el camino T.

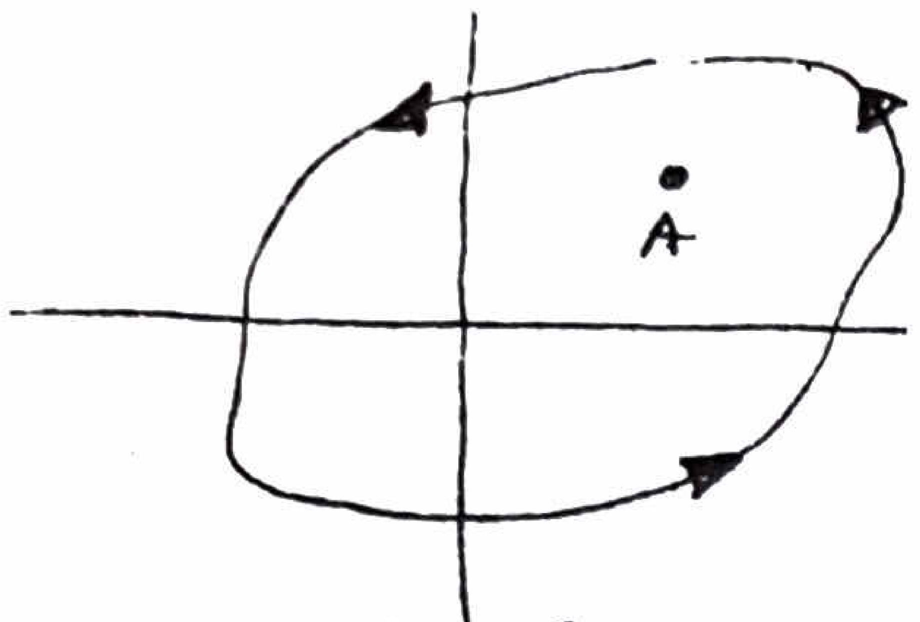


Fig 6-a

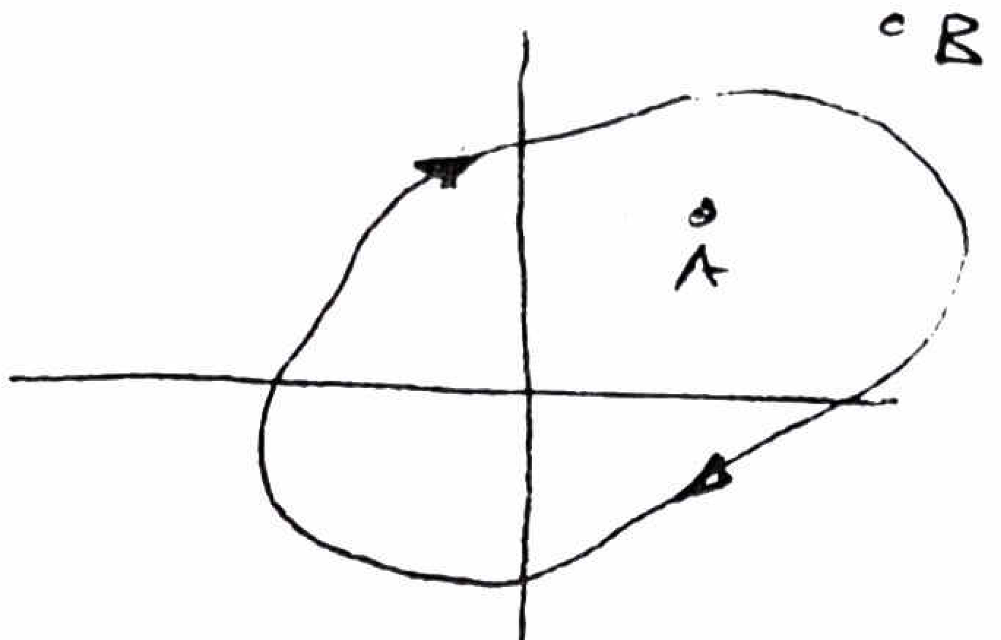


Fig 6-b.

El sentido de rodeo viene indicado por la flecha situada sobre el camino.

(2) Incluido.

Decimos que un punto ó región está incluido en un camino cerrado si, al recorrer el camino en una dirección previamente establecida, se encuentra situado a la izquierda del mismo. Por ejemplo, en la figura 6-a el punto A esta incluido en el camino cerrado pero no así el punto A de la fig 6-b.

3.1. <u>Principio del argumento.</u>

El criterio de Nyquist se basa en el principio del argumento de la teoría de variables complejas. Este principio dice:

Sea $F(s)$ una función racional unívoca, analítica en una región especificada del plano $\underline{s}$ excepto en un número finito de puntos. Supongamos que escogemos un camino cerrado arbitrario T_s en el plano s, tal que $F(s)$ sea analítica para cada punto de $T(s)$; el lugar geométrico $F(s)$ correspondiente aplicado en el plano F rodea tantas veces al origen como la diferencia entre el número de ceros y el número de polos de $F(s)$ rodeados por el lugar T_s en el plano S. En otras palabras:

$$N = Z - P \qquad (6)$$

donde

N = número de veces que en el plano F, el origen está rodeado por el lugar T_F de F(s)

Z = número de ceros de F(s) rodeados por T_S

P = número de polos de F(s) rodeados por T_S

Pueden darse tres casos

(1) $N > 0$

El lugar del plano F(s) rodea al origen N veces en el mismo sentido que T_S

(2) $N = 0$

El lugar del plano F(s) no rodea el origen.

(3) $N < 0$

El lugar T_F del plano F(s) rodea al origen N veces en sentido contrario al de T_S.

3.2. Camino de Nyquist

El principal objetivo en los estudios de estabilidad de servosistemas es determinar si alguna de las raices de la ecuación característica (F(s) = 0) se halla situada en la parte real positiva del plano S. Es facil ver que para esto podemos usar el principio del argumento con tal de definir el lugar del plano S como en la fig. 7

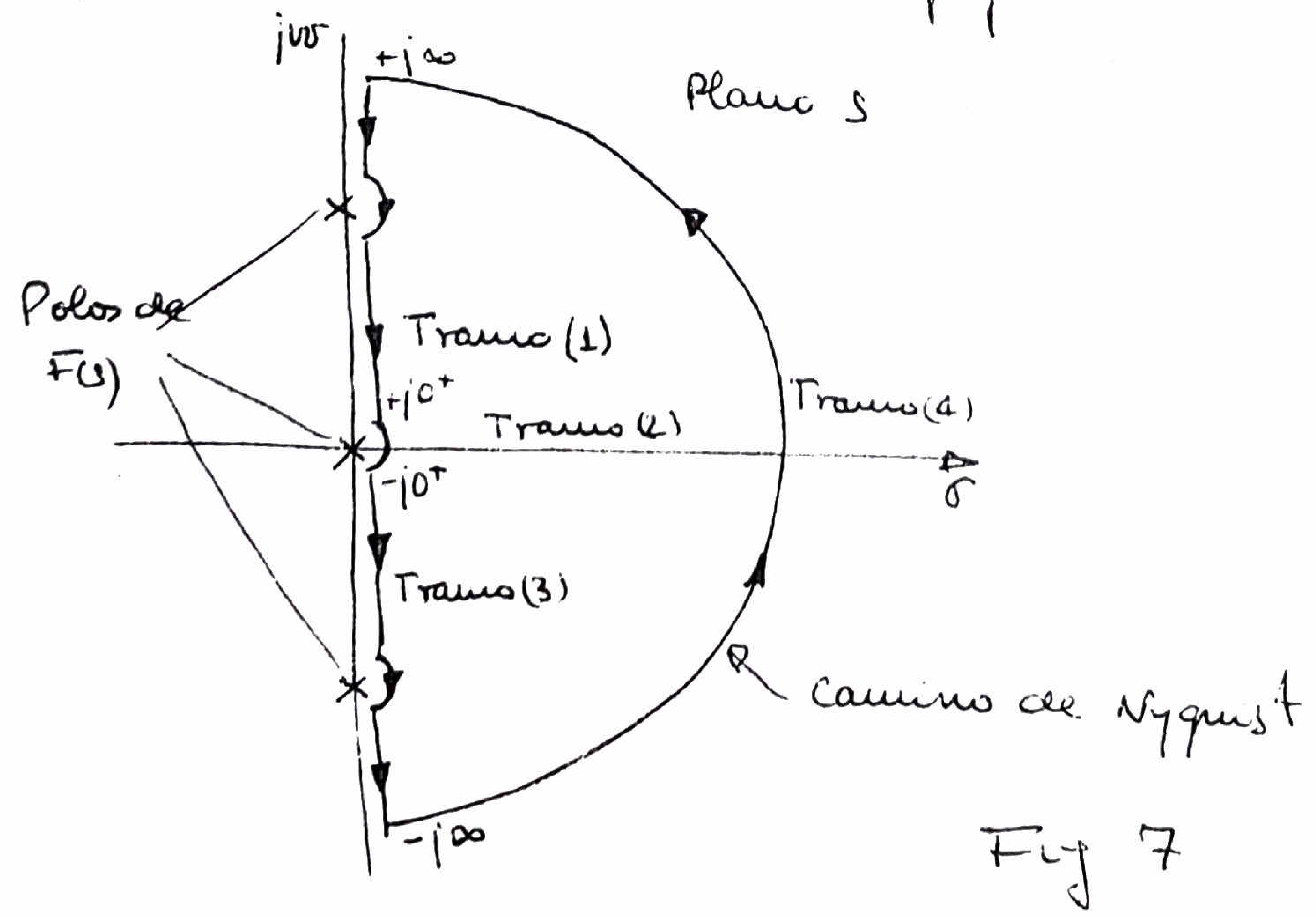


Fig 7

El lugar T_s está descrito en sentido contrario al de las agujas del reloj de manera que incluye toda la región real positiva del plano S; este lugar se llama camino de Nyquist. Por conveniencia dividiremos este camino en cuatro partes distintas:

(1) Tramo (1). De $S = +j\infty$ a $+j0^+$ a lo largo del eje $j\omega$
(2) Tramo (2). De $+j0^+$ a $-j0^+$ a lo largo de un pequeño semicírculo.
(3) Tramo (3) De $S = -j0^+$ a $S = -j\infty$ a lo largo del eje $-j\omega$
(4) Tramo (4) De $-j\infty$ a $+j\infty$ a lo largo de un semicírculo de radio infinito en la región real positiva de S.

Como el camino de Nyquist no debe pasar por ninguna singularidad de F(s), si esta tiene polos en el eje $j\omega$ y en el origen, serán necesarios pequeños semicírculos a lo largo del eje imaginario y en el origen.

3.3 El criterio de Nyquist y el lugar GH.

El criterio de Nyquist es una aplicación directa del principio del argumento cuando el lugar del plano S es el camino de Nyquist. Una vez especificado el camino de Nyquist, determinaremos la estabilidad de un sistema en cadena cerrada trazando el lugar $F(S) = 1 + G(S)H(S)$ al ir tomando <u>S</u> valores a lo largo del camino de Nyquist y estudiando el comportamiento del lugar F(S) respecto al origen en el plano F.

El procedimiento general para estudiar la estabilidad de un servosistema aplicando el criterio de Nyquist es el siguiente:

(1) Se define el camino de Nyquist como en la fig. 7
(2) Se traza el lugar $F(s) = 1 + G(s)H(s)$ en el plano S correspondiente al camino de Nyquist.

(3) Si todos los polos de $G(s)H(s)$ están situados en la región real negativa del plano s o sobre el eje $j\omega$, el sistema en cadena cerrada es estable con tal de que el lugar de Nyquist de $F(s)$ no rodee el origen. Por consiguiente, en este caso, dado que $P=0$, la ecuación (6) da:

$$N = Z - P = Z \qquad (7)$$

Por tanto, para un sistema estable no habrán ceros de $F(s)$ incluidos en el camino de Nyquist, por lo que

$$N = Z = 0$$

En este caso podemos también decir que, para que exista estabilidad, el camino de Nyquist de $F(s)$ no debe incluir al origen del plano F, pues si $Z \neq 0$, $N = Z$ debe ser un número entero positivo y el origen del plano F estará rodeado en sentido positivo (incluido). Sin embargo, si alguno de los polos de $G(s)H(s)$ está en la región real positiva del plano s, $P \neq 0$ y entonces

$$N = Z - P \qquad (8)$$

Puesto que para un sistema estable debe ser siempre $Z=0$, la condición de estabilidad es

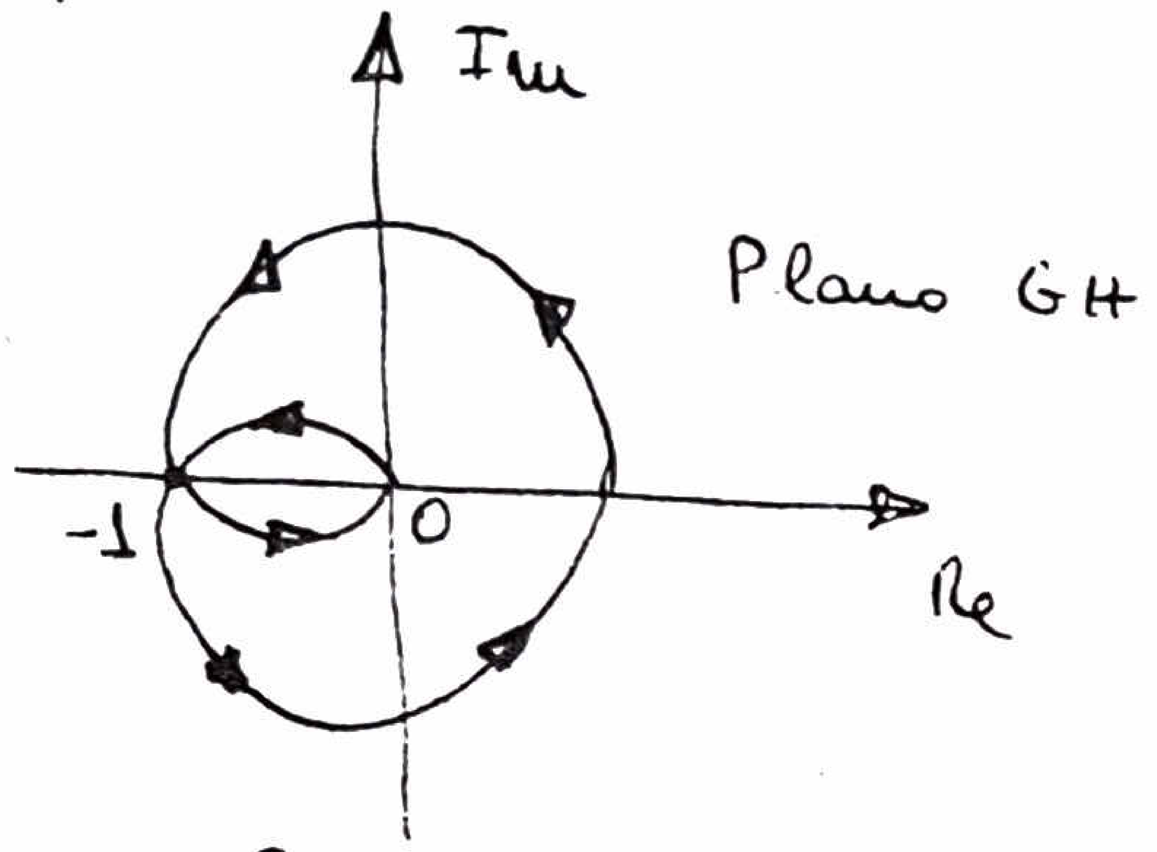
$$N = -P \qquad (9)$$

la cual indica que el lugar de Nyquist de $F(s)$ debe rodear al origen P veces. El rodeo, en cualquier caso, deberá ser en sentido ~~contrario~~ igual al de las agujas del reloj.

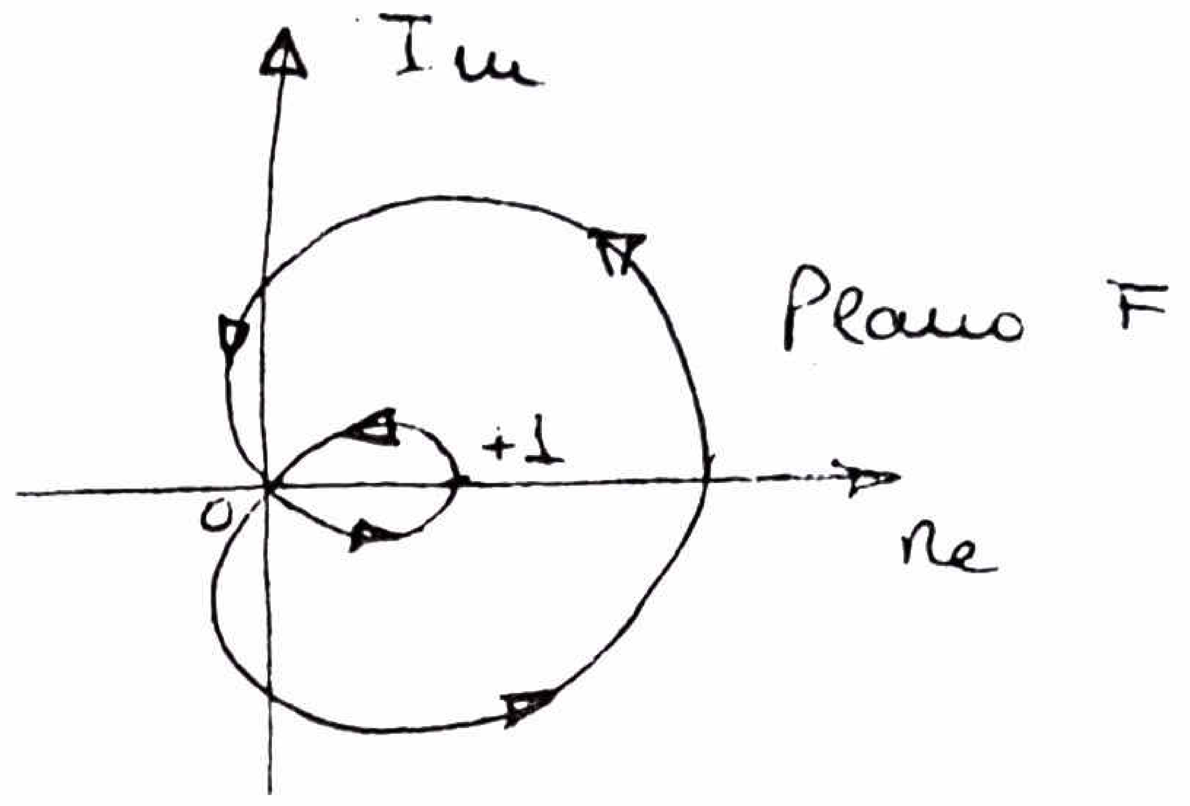
Como, en general, se conocen con más frecuencia las funciones $G(s)$ y $H(s)$ que $F(s)$, es más fácil trazar ó dibujar el lugar de Nyquist de $G(s)H(s)$ que el lugar de $F(s)$. La diferencia entre ambos lugares es simplemente una tras-

lación del eje imaginario. El punto $(-1+j0)$ del plano GH, corresponde al origen del plano F.

Dado un cierto lugar F(s) como en la figura 8-a, el lugar correspondiente en el plano GH tendrá la forma indicada en la fig. 8-b.



8 - b



8 - a

Generalmente el criterio de Nyquist se define respecto al lugar GH como sigue:

Para un sistema estable en cadena cerrada, el lugar de Nyquist de G(s) H(s) rodea el punto $(-1, j0)$ tantas veces como polos de G(s) H(s) haya en la región real positiva del plano S; los rodeos, si los hay, deben hacerse en el sentido ~~opuesto~~ igual al de las agujas del reloj.

Frecuentemente la función en cadena abierta GH es estable por lo que $P=0$. En estos casos para que el sistema en cadena cerrada sea estable, el lugar de Nyquist de G(s) H(s) no debe incluir el punto crítico $(-1, j0)$.

NOTA: Si $P=0$ sólo es necesario trazar el lugar de Nyquist de G(s) H(s) correspondiente al tramo (1) del camino de Nyquist, o sea desde $s=+j\infty$ a $+j0$.

Criterio de estabilidad a partir de los diagramas de Bode.-

Dado que toda la información necesaria para la construcción del lugar de Nyquist de un sistema está también contenida en sus diagramas de Bode para la amplitud y fase, es posible, a partir de estos últimos, construir un criterio de estabilidad.

En efecto, el no encerrar el punto crítico $-1+j0$ (Nyquist) es equivalente a formular que el sistema no oscilará si la magnitud de la ganancia en cadena abierta $|G(s)H(s)|$ es menor que la unidad cuando el ángulo de fase de $G(s)H(s)$ sea de $180°$, pues en este caso,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \qquad \begin{array}{l} |G(s)H(s)| = 1 \\ \underline{/G(s)H(s)} = -180° \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \infty \end{array}$$

y el sistema oscila, es no estable.

De otra manera, si $|G(j\omega)H(j\omega)|$ corta al eje de 0 dB a una frecuencia más baja que la que corresponde a un cambio de fase de 180°, el sistema será estable

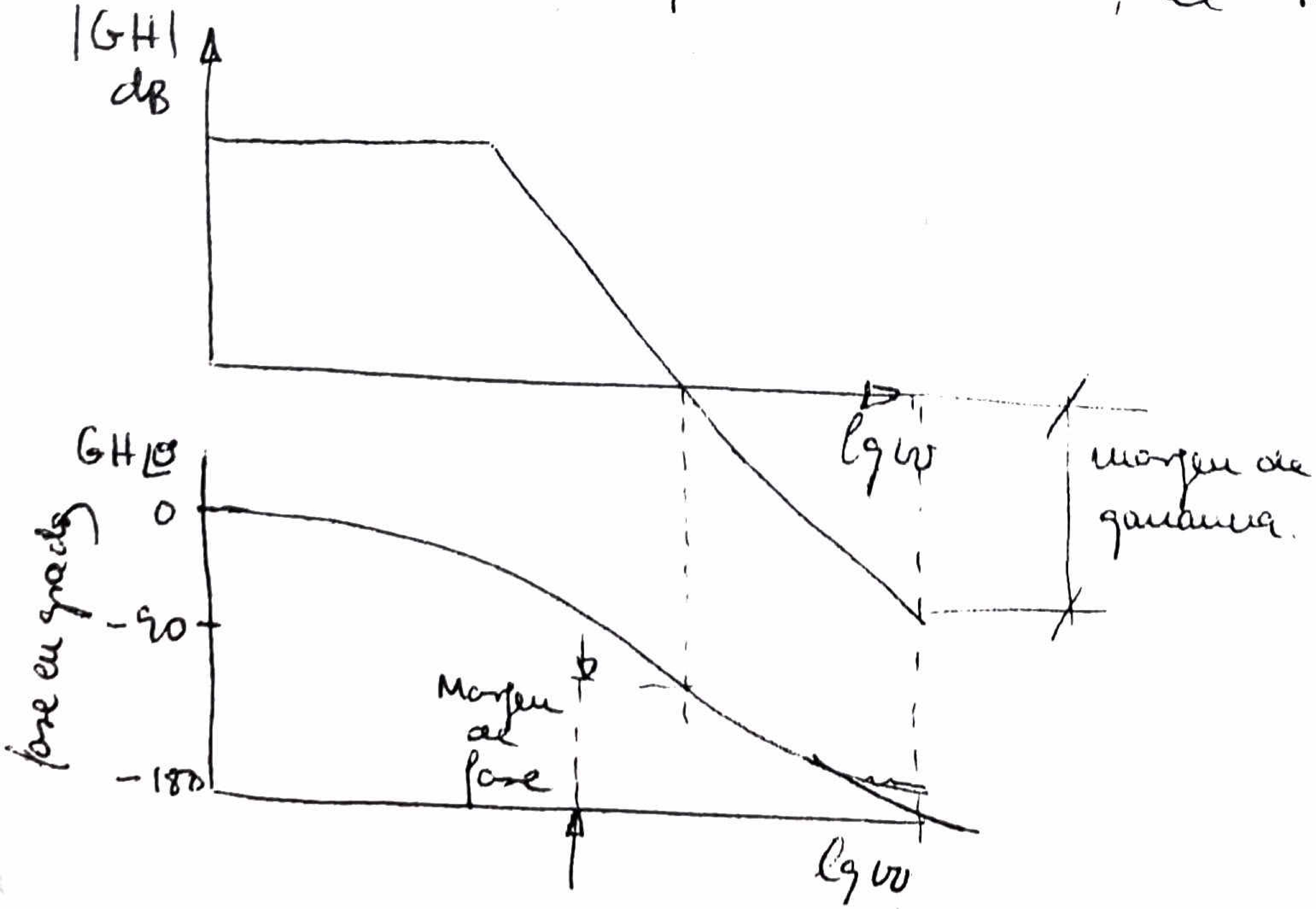


fig 9

Así, el sistema de la fig. 9 es estable. Solamente nos resta estudiar en qué grado este sistema es estable. Para ello definimos el margen de ganancia y el margen de fase. El margen de ganancia se define como el valor de |GH| en dB a la frecuencia a la cual el desfasaje es de 180°. Si el margen es negativo nos indica, teóricamente, cuanto se podría aumentar la ganancia de la cadena abierta sin llegar a la inestabilidad. Si el margen de ganancia es positivo, el sistema es potencialmente inestable.

El margen de fase es 180° menos la fase de GH a la frecuencia a la cual |GH| = 1. La magnitud de estos dos márgenes es una indicación de la estabilidad del servosistema. Típicamente, una buena estabilidad requiere, al menos, 10 dB y 50° de márgenes de ganancia y fase, respectivamente.

<u>Criterio de Lyapunov</u>.- Solamente con carácter informativo debido a que su desarrollo matemático excede de nuestro alcance diremos que este método, en un principio pensado ~~a partir de~~ para ser aplicado a los sistemas no lineales, aunque luego se ha extendido a aquellos lineales, hace uso de las ecuaciones de estado y a las matrices de transición entre estados del sistema.

Ejemplos de aplicación de los tres criterios de estabilidad estudiados.

1.- Método de Routh.

a) consideremos el polinomio

$$F(s) = (s-2)(s+1)(s-3) = s^3 - 4s^2 - 5s + 6 = 0$$

El polinomio dado tiene coeficientes negativos; por tanto, por la condición necesaria sabemos, sin aplicar el método de Routh que tiene raíces con sus partes reales positivas. Pero para ejemplificar el método formaremos la tabla.

s^3	1	-5
s^2	-4	6
s^1	$\frac{(-4)(-5)-6}{-4} = -3{,}5$	0
s^0	$\frac{(-3{,}5)(6)-(-4)(0)}{-3{,}5} = 6$	

En la primera columna hay dos cambios de signo, por lo que el polinomio tiene dos raíces situadas en la región real positiva del plano s.

b) Caso especial (1)

Sea el polinomio

$$F(s) = (s-1)^2(s+2) = s^3 - 3s + 2 = 0$$

Como falta el término en s^2 el polinomio sabemos que tiene raíces en la parte real positiva del plano $\underline{s}$

Sin embargo, construyamos la tabla

s^3	1	-3
s^2	0	2
s^1	a	
s^0		

Para corregir la situación de cero en el primer elemento de una fila multiplicamos el polinomio por el factor (s+a). Si tomamos a=3, tenemos

$$(s-1)^2(s+2)(s+3) = s^4 + 3s^3 - 3s^2 - 7s + 6 = 0$$

La tabla de Routh es:

s^4	1	-3	6
s^3	3	-7	0
s^2	$= -\frac{2}{3}$	6	
s^1	$\frac{(-\frac{2}{3})(-7)-18}{(-\frac{2}{3})} = 20$	0	
s^0	6		

Hay dos cambios de signo por lo que habrá dos raíces con su parte real positiva.

c) Caso especial (2)

Sea $F(s) = s^6 + s^5 - 2s^4 - 3s^3 - 7s^2 - 4s - 4 = 0$

La tabla de Routh es:

s^6	1	-2	-7	-4
s^5	1	-3	-4	
s^4	1	-3	-4	
s^3	0	0	0	

La ecuación auxiliar es

$$s^4 - 3s^2 - 4 = 0 = A(s)$$ y su derivada es

$$\frac{dA(s)}{ds} = 4s^3 - 6s$$

de la cual podemos sustituir los coeficientes 4 y −6 en la fila de ceros de la tabla de Routh. La nueva tabla de Routh es

s^6	1	−2	−7	−4
s^5	1	−3	−4	
s^4	1	−3	−4	
s^3	4	−6	0	
s^2	−1,5	−4	0	
s^1	−16,7	0		
s^0	−4	0		

Como en la primera columna de la nueva tabla de Routh hay sólo un cambio de signo, el polinomio tiene una raiz con su parte real positiva.

(2) Criterio de Nyquist

Consideremos un servosistema dado por

$$G(s)\,H(s) = \frac{K}{s(s+a)} \qquad K, a \text{ constantes}$$

$G(s)H(s)$ no tienen ningún polo en la región real positiva del plano $\underline{S}$, por lo que $P = 0$. En este caso, para determinar la estabilidad del sistema en cadena cerrada sólo es necesario dibujar el lugar de Nyquist $G(s)H(s)$ correspondiente desde $\omega = \infty$ a 0 (tramo 1) en el camino de Nyquist y ver si incluye el punto $(-1, j0)$ del plano GH. Para construir el lugar de Nyquist de $G(s)H(s)$ determinaremos primeramente el comportamiento de $G(s)H(s)$ a frecuencias cero e infinito.

Cuando $s = +j\infty$

$$\lim_{s\to j\infty} G(s)\,H(s) = \lim_{s\to j\infty} \frac{K}{s(s+a)} = \lim_{s\to j\infty} \frac{K}{s^2} = 0 \;\angle{-180^\circ} \qquad (1)$$

Cuando $s = +j0$

$$\lim_{s\to +j0} G(s)\,H(s) = \lim_{s\to +j0} \frac{K}{sa} = \infty \;\angle{-90^\circ} \qquad (2)$$

Los puntos intermedios, serán

$$\frac{K}{j\omega(j\omega+a)} = \frac{K}{\sqrt{\omega^2(a^2+\omega^2)}} \;\angle{-90^\circ - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{a}} \qquad (3)$$

En general, la aplicación del criterio de Nyquist no precisa el trazado exacto del lugar GH. Por las ecuaciones (1) y (2) nosotros podemos determinar el trazado aproximado de la fig. (1-a)

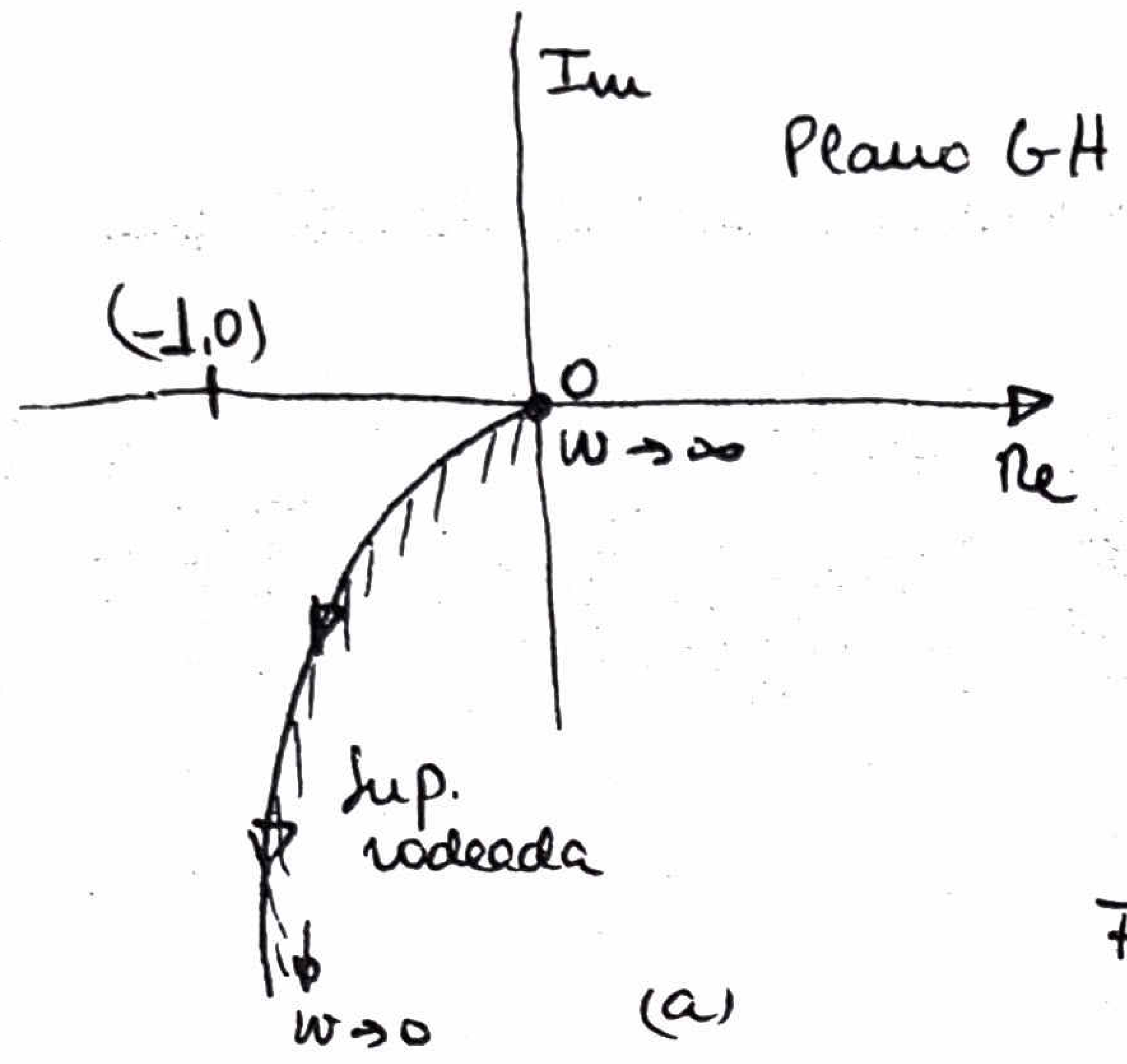


Fig 1

En la fig 1-a como el punto (-1, j0) no está incluido en el lugar de Nyquist del plano GH, el sistema en cadena cerrada es estable.